

ADE

Examen y solución

Estadística 1º

Con la información anterior se pide:

Años	Trimestres	PIB TRIMESTRAL	IPC anual	PIB ANUAL = X	Recaudación anual = Y
2009	1 T	270,2	95	1.068	125
	2 T	274,4			
	3T	262,4			
	4 T	261,0			
2010	1 T	260,3	97	1.061	121
	2 T	275,1			
	3T	263,8			
	4 T	261,8			
2011	1 T	261,1	100	1.075	98
	2 T	275,0			
	3T	262,2			
	4 T	276,7			
2012	1 T	257,0	102	1.055	86
	2 T	269,1			
	3T	258,3			
	4 T	270,6			
2013	1 T	252,1	104	1.049	107
	2 T	267,0			
	3T	257,8			
	4 T	272,1			

- a) La distribución de frecuencias del PIB trimestral, comentando dos frecuencias. (0,75 puntos)
- b) Analizar la dispersión de ambas magnitudes (datos anuales) (0,5 puntos)
- c) Porcentaje de trimestres con un PIB trimestral comprendido entre 255 y 276 millones.(0,25 puntos)
- d) Analizar la concentración en la recaudación de impuestos (0,25 puntos)
- e) Tasa de variación anual del PIB en valores en valores nominales (0,5 puntos)
- f) Tasa media de variación de la recaudación en euros de 2009 (1,5 puntos)
- g) Estudio de la estacionalidad del PIB y la obtención de los datos trimestrales desestacionalizados del **año 2012 (1,75 puntos)**
- h) Estimar el importe de la recaudación de impuestos que se debería haber recaudado en 2014 si la previsión de crecimiento del PIB en el año 2014 se hubiere previsto en el 5% con respecto al año anterior. Comentar todos los coeficientes y la bondad de la estimación.(1,75 puntos)
- i) Analizar la relación entre las varianzas de la regresión anterior **(0,5 puntos)**

Superar el examen supone calcular y comentar y, en su caso, comparar

Donde $a_{11}= 114042,8$ $a_{10}= 1061,6$ $a_{01}= 107,4$ $a_{20}= 1127079,2$ $a_{02}= 11743$

SOLUCIÓN

a)

$L_{i-1}-L_i$ (PIB trimestral) en billones de €	n_i	N_i	$f_i = \frac{n_i}{N}$	$F_i = \frac{N_i}{N}$
252- 256,94	1	1	0,05	0,05
256,94-261,88	7	8	0,35	0,40
261,88-266,82	3	11	0,15	0,55
266,82-271,76	4	15	0,2	0,75
271,76-276,7	5	20	0,25	1
	N = 20		1	

n_i : frecuencia absoluta

N_i : frecuencia absoluta acumulada

f_i : frecuencia relativa

F_i : frecuencia relativa acumulada

n_2 : hay 7 trimestres cuyo PIB está entre 256,94 y 261,88 billones de €

N_2 : hay 8 trimestres que como máximo un PIB es 261,88 billones de €

f_2 : el 35% de los trimestres tiene un PIB entre 256,94 y 261,88 billones de €

F_2 : El 40% de los trimestres tiene como máximo un PIB es 261,88 billones de €

n_2 : hay 4 trimestres cuyo PIB está entre 266,82 y 271,76 billones de €

N_2 : hay 15 trimestres que como máximo un PIB es 271,76 billones de €

f_2 : el 20% de los trimestres tiene un PIB entre 266,82 y 271,76 billones de €

F_2 : El 75% de los trimestres tiene como máximo un PIB es 271,76 billones de €

b) $a_{11} = 114042,8$ $a_{10} = 1061,6$ $a_{01} = 107,4$ $a_{20} = 1127079,2$ $a_{02} = 11743$

$\bar{x} = a_{10} = 1061,6$ $\bar{y} = a_{01} = 107,4$

$S_x^2 = a_{20} - (a_{10})^2 = 1127079,2 - (1061,6)^2 = 84,64$ $S_x = \sqrt{84,64} = 9,2$

$S_y^2 = a_{02} - (a_{01})^2 = 11743 - (107,4)^2 = 208,24$ $S_y = \sqrt{208,24} = 14,43$

$S_{xy} = a_{11} - (a_{10} \times a_{01}) = 114042,8 - (1061,6 \times 107,4) = 24,96$

$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \times S_y} = \frac{24,96}{9,2 \times 14,43} = 0,18$ Tiene una correlación positiva, y muy débil, hay poca asociación entre x e y,

prácticamente no existe correlación lineal. Tiene bastante dispersión entre ambas magnitudes.

c) $\frac{18}{20} = 0,90 \rightarrow$ El 90% de los trimestres tiene un PIB trimestral comprendido entre 255 y 276 millones

d) Para estudiar la concentración se hace por medio del Índice de Gini, y no tiene sentido su aplicación en la serie anual de recaudación anual.

e)

Años	PIB ANUAL	Tasa de variación anual = $\frac{PIB_t - PIB_{t-1}}{PIB_{t-1}} \times 100$
2009	1.068	-----
2010	1.061	$\frac{1.061 - 1.068}{1.068} \times 100 = -0,65\%$
2011	1.075	$\frac{1.075 - 1.061}{1.061} \times 100 = 1,31\%$
2012	1.055	$\frac{1.055 - 1.075}{1.075} \times 100 = -1,86\%$
2013	1.049	$\frac{1.049 - 1.055}{1.055} \times 100 = -0,56\%$

Interpretación: de un año, por ejemplo el 2011: en el año 2011 el PIB sube un 1,31% con respecto al año anterior.

f)

Años	Recaudación (nominal)	IPC anual Base 2011)	IPC anual (en € de 2009)	Recaudación en € del 2009	Tasa de variación anual = $\frac{R_t - R_{t-1}}{R_{t-1}} \times 100$
2009	125	95	$\frac{95}{95} \times 100 = 100$	$\frac{125}{1} = 125$	-----
2010	121	97	$\frac{97}{95} \times 100 = 102,10$	$\frac{121}{1,021} = 118,50$	$\frac{118,5 - 125}{125} \times 100 = -5,2$
2011	98	100	$\frac{100}{95} \times 100 = 105,26$	$\frac{98}{1,05} = 93,1$	$\frac{93,1 - 118,5}{118,5} \times 100 = -21,43$
2012	86	102	$\frac{102}{95} \times 100 = 107,36$	$\frac{86}{1,07} = 80,09$	$\frac{80,09 - 93,1}{93,1} \times 100 = -13,97$
2013	107	104	$\frac{104}{95} \times 100 = 109,47$	$\frac{107}{1,09} = 97,74$	$\frac{97,74 - 80,09}{80,09} \times 100 = 22,03$

Tasa Media de Variación anual = $\sqrt[4]{(1 - 0,052) \times (1 - 0,2143) \times (1 - 0,1397) \times (1 + 0,2203)} - 1 = -0,0596$

Durante este periodo, cada año disminuye una media la recaudación en € constantes de un 5,96% cada año respecto al año anterior.

g) Calculo del IVE

Trimestres	2009	2010	2011	2012	2013
1 T	270,2	260,3	261,1	257,0	252,1
2 T	274,4	275,1	275,0	269,1	267,0
3T	262,4	263,8	262,2	258,3	257,8
4 T	261,0	261,8	276,7	270,6	272,1

Valores sin centrar: 267; 264,5; 264,7; 265,1; 265,3; 265,5; 265,4; 265; 268,8; 267,7; 266,3; 265,3; 263,8; 262,5; 262; 261,9; 262,3

Valores centrados:

Trimestres	2009	2010	2011	2012	2013
1 T		264,9	265,2	265,8	262
2 T		265,2	266,9	264,6	262,1
3T	265,8	265,4	268,3	263,2	
4 T	264,6	265,4	267	262,3	

Tabla original
Valores centrados

l Trimestres	2009	2010	2011	2012	2013	Suma	Media
1 T		$\frac{260,3}{264,9}=0,98$	$\frac{261,1}{265,2}=0,98$	$\frac{257,0}{265,8}=0,97$	$\frac{252,1}{262}=0,96$	3,89	0,9725
2 T		$\frac{275,1}{265,2}=1,04$	$\frac{275,0}{266,9}=1,03$	$\frac{269,1}{264,6}=1,02$	$\frac{267,0}{262,1}=1,02$	4,11	1,0275
3 T	$\frac{262,4}{265,8}=0,99$	$\frac{263,8}{265,4}=0,99$	$\frac{262,2}{268,3}=0,98$	$\frac{258,3}{263,2}=0,98$		3,94	0,985
4 T	$\frac{261,0}{264,6}=0,99$	$\frac{261,8}{265,4}=0,99$	$\frac{276,7}{267}=1,04$	$\frac{270,6}{262,3}=1,03$		4,05	1,0125

3,9975

Trimestres	IVE	Interpretación
1 T	$\frac{0,9725 \times 400}{3,9975} = 97,31\%$	En el 1º Trimestre el PIB ↓ un 2,69% debido a la variación estacional
2 T	$\frac{1,0275 \times 400}{3,9975} = 102,82\%$	En el 2º Trimestre El PIB ↑ un 2,82% debido a la variación estacional
3 T	$\frac{0,985 \times 400}{3,9975} = 98,56\%$	En el 3º Trimestre el PIB ↓ un 1,44% debido a la variación estacional
4 T	$\frac{1,0125 \times 400}{3,9975} = 101,31\%$	En el 4º Trimestre El PIB ↑ un 1,31% debido a la variación estacional

Año 2012, PIB desestacionalizado:

1 T 2012	$\frac{257,0}{0,9731} = 264,10$
2 T 2012	$\frac{269,1}{1,0282} = 261,72$
3 T 2012	$\frac{258,3}{0,9856} = 262,07$
4 T 2012	$\frac{270,6}{1,0131} = 267,1$

Los valores que se obtienen serían los datos del PIB sino hubiera variación estacional.

h) $y = a + bx_i$

$b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{24,96}{84,64} = 0,2948$ (por cada € que se incremente el PIB, la recaudación se incrementa en 0,2948 €)

$a = \bar{y} - b \bar{x} \rightarrow a = 107,4 - 0,2948 (1061,6) = 205,56$ (recaudación independiente del PIB)

$y = 205,56 - 0,2948 x_i$

$PIB_{2014} = PIB_{2013} \times 1,05 = 1049 \times 1,05 = 1101,45 = x_i$

$y_{x=1101,45} = 205,56 - 0,2948 \times 1101,45 = -119,14$ Según la predicción, con un PIB previsto de 1101,45 billones, tendría que pagar 119,14 billones de €, en lugar de recaudar.

$R^2 = r^2 = 0,18^2 = 0,0324 \rightarrow$ El 3,24% de la recaudación viene explicado por el PIB, y el 96,76% de la recaudación se debe a otros factores.

i) $S_y^2 = VE + VNE$

VE (Varianza Explicativa) = $S_y^2 \times R^2 = 208,24 \times 0,0324 = 6,7469$

VNE (Varianza No Explicativa) = $S_y^2 \times (1 - R^2) = 208,24 \times (1 - 0,0324) = 201,49$