

APellidos y nombre.....

1.- (5 puntos) Se ha recogido la información, en 80 empresas de Burgos relacionada con el volumen de facturación (X) y la inversión en innovación (Y) –ambas en millones de €, que aparece reflejada en la siguiente tabla:

Y (innovación x 10 ⁶)	X (volumen de facturación x 10 ⁶)				
	5- 10	10 - 20	20 - 50	50 - 100	Más de 100
0,4 - 1	4	3	2		
1 - 2	2	6	3	3	
2 - 4		4	6	5	5
4 - 8			2	17	18

Sabiendo que:

$$a_{10} = 68,0625$$

$$a_{20} = 6.489,84375$$

$$a_{30} = 700.906,6406$$

$$a_{40} = 80.330.440,43$$

$$a_{01} = 3,86625$$

$$a_{02} = 19,348875$$

$$a_{03} = 107,2792$$

$$a_{04} = 620,5629$$

$$a_{11} = 326,675$$

Se pide:

- El mayor volumen de facturación obtenido y el volumen de facturación más frecuente (1 punto)
- Estudiar la dispersión de la inversión realizada en innovación en las empresas con un volumen de facturación entre 20 y 50 millones de €, utilizando los estadísticos correspondientes (1 punto)
- Comentar la posible relación entre el volumen de facturación y la inversión realizada en innovación, utilizando los estadísticos correspondientes (1 punto)
- Obtener una estimación del volumen de facturación que se alcanzaría si la inversión en innovación fuera de 11 millones de euros. Estudiar la fiabilidad de esta estimación (2 puntos)

2.- (1.25 puntos) Analizados los datos de recaudación de Hacienda nos encontramos con la siguiente noticia:

En España el 20 % más rico aporta el 60% de toda la recaudación obtenida por el impuesto de la Renta. Dicho grupo engloba a contribuyentes con ingresos superiores a 33.000 € por lo que no hablamos de un quintil enormemente pudiente.

Si subimos al 5% más rico, vemos que sus ingresos anuales son de más de 84.000 €. De nuevo, ni siquiera estamos ante patrimonios exorbitantes: no obstante, su aportación a la recaudación del IRPF sube al 20% del total.

Centrándonos en el 1% más rico, los datos de Hacienda nos dicen que generan el 16% de todos los ingresos conseguidos por este gravamen.

Con esta información analice la concentración de la recaudación que se obtiene en el IRPF.

3.- (1.25 puntos) En una cata de vinos de 7 bodegas realizada por 3 expertos, y siguiendo sus preferencias, se han obtenido los siguientes órdenes:

	VINOS (V)						
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7
Experto A	1	6	5	7	3	2	4
Experto B	2	4	3	5	7	1	6
Experto C	5	3	7	6	4	2	1

Analizar cuál es el par de expertos que más próximos están en cuanto a sus preferencias, utilizando los estadísticos correspondientes y razonando la respuesta.

4.- (2.5 puntos) El volumen de compras en una empresa presentaba los siguientes valores: en 2009 fue de 50,5 millones €, en 2010 fue de un 10 % superior a la de 2009 y un 20 % superior al de 2011; en 2012 fue un 12 % superior al del año anterior y un 10 % superior al de 2013.

¿Cuál fue el volumen de compras del año 2013? **(1.25 puntos)** y ¿Cuál ha sido el valor de las compras en cada uno de los años en unidades monetarias de 2012 sabiendo que el IPC anual presentaba los siguientes valores? **(1.25 puntos)**

IPC anual				
2009	2010	2011	2012	2013
0,8	3	2,4	2,9	0,2

INTERPRETAR TODOS LOS RESULTADOS

SOLUCIÓN:

1.a)

x_i	n_i	x'_i	$x'_i n_i$	a_i	$h_i = \frac{n_i}{a_i}$
5-10	6	7,5	45	5	1,2
10-20	13	15	195	10	1,3
20-30	13	35	455	30	0,43
50-100	25	75	1875	50	0,5
100-x (150)	23	y	23y	50	0,46
	N=80		2570+23y		

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{N} = a_{10} = 68,0625 \rightarrow 68,0625 = \frac{2570+23y}{80} \rightarrow y = 125$$

$$y = \frac{100+x}{2} \rightarrow 125 = \frac{100+x}{2} \rightarrow x = 150 \text{ millones de € (es el mayor volumen de facturación)}$$

+ frecuencia: la moda

$$Mo = L_{i-1} + \frac{h_{i+1}}{h_{i-1}+h_{i+1}} a_i = 10 + \frac{0,43}{1,2+0,43} 10 = 12,658 \text{ (volumen de facturación + frecuente (en millones de €))}$$

b)

y/ 20<x<50	n_i	N_i	$P_i = F_i$	y'_i	$y'_i \times n_i$	U_i	q_i	$p_i - q_i$
0,4-1	2	2	0,15	0,7	1,4	1,4	0,03	0,12
1-2	3	5	0,38	1,5	4,5	5,9	0,16	0,22
2-4	6	11	0,85	3	18	23,9	0,66	0,19
4-8	2	13	--1---	6	12	35,9	1	--1---
			1,38					0,53

$I_G = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} p_i} = \frac{0,53}{1,38} = 0,38$ No hay mucha concentración, o hay bastante dispersión entre de la inversión realizada en innovación en las empresas con un volumen de facturación entre 20 y 50 millones de €

$$c) S_x^2 = a_{20} - (a_{10})^2 = 6.489,84375 - 68,0625^2 = 1857,67 \rightarrow S_x = \sqrt{1857,67} = 43,100$$

$$S_y^2 = a_{02} - (a_{01})^2 = 19,348875 - 3,86625^2 = 4,44 \rightarrow S_y = \sqrt{4,44} = 2,107$$

$$S_{xy} = a_{11} - (a_{10} \times a_{01}) = 326,675 - (68,0625 \times 3,86625) = 63,96$$

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x \times S_y} = \frac{63,96}{43,1 \times 2,107} = 0,701 \text{ (hay correlación directa entre el volumen de ventas y la inversión en}$$

innovación, y aunque no es perfecta ($r=1$), el grado de correlación es bastante fuerte.

$$d) b' = \frac{S_{xy}}{S_y^2} = \frac{63,96}{4,44} = 14,53 \rightarrow a' = \bar{x} - b' \bar{y} = 68,0625 - (14,53 \times 3,86625) = 11,861$$

$x_i = a' + b' y \rightarrow x_i = 11,861 + 14,53 y \rightarrow x_{(y=11)} = 11,861 + 14,53 (11) = 171,691$ millones de facturación para una empresa que tiene una inversión de 11 millones de € en innovación.

$R^2 = r^2 = 0,701^2 = 0,4914 \rightarrow$ El 49,14% del volumen de facturación viene explicado por el gasto en innovación y el 50,86% restante se debe a otras causas.

2.

% de los más ricos	% de recaudación		Los más pobres = P_i	% de recaudación= q_i	$P_i - q_i$
20%	60%		80	40	40
5%	20%	→	95	80	15
1%	16%		99	84	15
			-----100-----	-----100-----	0
			274		70

$I_G = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}(p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} p_i} = \frac{70}{274} = 0,25$ Hay bastante equidad, o poca concentración, entre el poder adquisitivo y la recaudación.

3.

A	B	d	d^2
1	2	-1	1
6	4	2	4
5	3	2	4
7	5	2	4
3	7	4	16
2	1	1	1
4	6	-2	4
			34

$$r = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{N^3 - N} = 1 - \frac{34}{7^3 - 7} = 0,898$$

A	C	d	d^2
1	5	-4	16
6	3	3	9
5	7	-2	4
7	6	1	1
3	4	-1	1
2	2	0	0
4	1	3	9
			40

$$r = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{N^3 - N} = 1 - \frac{40}{7^3 - 7} = 0,880$$

B	C	d	d^2
2	5	-3	9
4	3	1	1
3	7	-4	16
5	6	-1	1
7	4	3	9
1	2	-1	1
6	1	5	25
			62

$$r = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{N^3 - N} = 1 - \frac{62}{7^3 - 7} = 0,815$$

Los tres, A, B, y C tienen un alto grado de concordancia, pero los que más son entre A y B.

4.

años	Base 2009	Base 2011	Base 2013	Compras nominales	IPC anual	IPC base 2009	IPC base 2012	Compras en € del 2012 (B)
2009	100			50,5	0,8	100	102,44	49,29
2010	110	120		55,55	3	103	105,52	52,64
2011	91,66	100		46,29	-2,4	100,52	102,98	44,94
2012	102,66	112	110	51,84	-2,9	97,61	100	51,84
2013	93,33		100	47,13	0,2	97,80	100,19	47,03

a) Las compras del 2013 ascienden a 47,13 millones de €

b) Las compras en € constantes del 2012 están en la última columna.